



ANALYSE STATISTIQUE DE LA CROISSANCE ET MISE AU  
POINT D'UN MODELE MATHEMATIQUE

par

Michel E. Boudoux

Q.F.X 14

## INTRODUCTION

A L'étude biométrique appliquée à une telle expérience comporte deux phases, ou plutôt deux objectifs.

D'abord il s'agit de déterminer si après 1, 2 ... n années, le traitement appliqué, en l'occurrence la fertilisation azotée, a eu une influence significative sur le volume de bois sur pied. Ainsi, après 3 ans on pourrait déterminer que les parcelles traitées accusent un volume de  $x + dx$  pieds cubes, tandis que les parcelles non traitées ont comme volume  $x$  pieds cubes. La différence,  $dx$ , aura pour unités des pieds cubes/acre/livre de fertilisant/site/an. Ces calculs étant exécutés chaque année, on pourra alors déterminer à quelle époque la fertilisation a exercé son effet maximum sur le peuplement.

Mais ces résultats comme tels ne sont d'aucun intérêt direct pour le praticien; il ne suffit pas que le biométricien détermine que pour une année donnée, la différence en volume,  $dx$ , est statistiquement significative pour que cet accroissement supplémentaire soit économiquement valable. D'où il est nécessaire que chaque année, les résultats obtenus soient confiés à un économiste qui, lui, est seul qualifié pour en tirer des conclusions applicables sur le terrain. En résumé donc le premier objectif du biométricien est de fournir une information de base (sous forme d'analyse statistique) à l'économiste, et ce, chaque année que dure l'expérience.

Mais en réalité, et c'est le second objectif dont nous parlions plus haut, le rôle du biométricien consiste surtout à élaborer un modèle mathématique rendant compte des mécanismes de réponse à la fertilisation dans le cadre de la croissance des peuplements. En quoi cela consiste-t-il et quelle est la raison d'être d'un tel modèle? Le dispositif adopté ne constitue pas nécessairement le dispositif idéal pour l'étude de la fertilisation en forêt naturelle. Il doit plutôt être perçu comme une approche. Il a été établi en tenant compte de certaines contraintes, dont la première est évidemment les moyens dont nous disposions à l'époque (hommes et budget). Ce dispositif fonctionne actuellement. Chaque année nous récoltons un certain nombre de résultats, sous forme de paramètres mesurables ( hauteur moyenne, structure de classe de la parcelle etc...) que nous analysons et qui constituent notre information de base. Lorsque cette information sera suffisante, il nous sera alors possible de définir les équations différentielles d'un modèle mathématique. Ce modèle établi, nous pourrons, au moyen de techniques de simulation étudier l'effet qu'aurait eu le même traitement, mais appliqué à une parcelle ayant une surface terrière double par exemple. En d'autres mots, voir ce qu'aurait donné l'expérience si les conditions de départ, c'est-à-dire le dispositif expérimental choisi, avaient été différentes. Le fonctionnement, ou le non-fonctionnement, de ce modèle nous permettra alors de déceler les failles du dispositif expérimental établi et d'y remédier par le choix et l'adjonction de nouvelles parcelles, présentant certaines caractéristiques bien définies.

Il nous faut insister sur le fait qu'il ne s'agit pas, après cinq ou dix ans, de tout abandonner pour recommencer une nouvelle expérience; au contraire, ce sont les défaillances du dispositif actuel qui mises en lumière année après année nous permettent d'améliorer ce dispositif par le biais de l'examen du modèle mathématique adéquat. Il s'agit donc d'un modèle dynamique où le dispositif expérimental fournit de l'information au modèle mathématique, lequel a un "feed-back" sur le dispositif sur le terrain.

#### MATERIEL ET METHODES

Une fois les sites choisis sur le terrain et les parcelles définies, nous avons déterminé pour chaque site une courbe diamètre-hauteur. Cette courbe, de nature polynomiale a été définie pour le degré deux, l'analyse ayant démontré que l'injection d'un terme en  $x^3$  n'apporte aucune précision supplémentaire (Figures 1, 2, 3). Pour chaque site, et pour chaque parcelle, on a dressé un inventaire complet des tiges par classe de diamètre. Nos peuplements étant ce que l'on convient d'appeler équiennes, nous pouvions donc nous attendre à ce que la distribution des diamètres suive, soit la loi de Gauss, soit celle de Poisson. Après l'essai des équations de Gauss et de Poisson à l'aide du test du "Chi carré" il s'est avéré que l'ajustement des points expérimentaux le long de la courbe était nettement meilleur avec l'équation de Gauss et que cet ajustement était suffisamment précis, de sorte que les différences observées ne pouvaient être imputées qu'au hasard.

Pour chacune des 24 places-échantillons comme pour l'ensemble du peuplement, on a établi une loi de distribution des tiges en fonction des classes de diamètre. Ces différentes lois ont été comparées (toujours au moyen du test du "Chi carré") à la distribution générale du peuplement correspondant (test de représentativité) ainsi qu'au propre histogramme des fréquences de la parcelle elle-même (test d'homogénéité). Comme l'indiquent les représentations graphiques de ces différentes distributions (Figures 4 à 9), nulle part on a pu observer de différences significatives entre les différentes distributions des parcelles individuelles (lignes pleines) et la courbe de distribution générale du peuplement (ligne pointillée).

## RESULTATS

La fertilisation a eu lieu au printemps 1969, juste avant que ne commence la saison de croissance. Bien que cela nous paraissait peu probable, nous avons voulu nous assurer si les fertilisants appliqués avaient eu une influence sur le diamètre des arbres après une saison de croissance. La méthode statistique se prêtant le mieux à cette fin est évidemment l'analyse de variance à deux facteurs contrôlés, soit un premier facteur qui est le diamètre de chaque arbre considéré, et un deuxième facteur que l'on désignera plus loin sous le terme "effet bloc".

On sait que chaque peuplement, ayant reçu quatre traitements (0 - 100 - 200 - 300 lb d'azote à l'acre), est représenté par huit parcelles. Chaque traitement est appliqué à deux de ces parcelles prises au hasard, ce qui apparaîtra dans l'analyse sous la rubrique "effet traitement". Etant donné qu'il y avait 15 arbres inventoriés par parcelle, nous avons regroupé au hasard ces 15 arbres en trois blocs de cinq arbres. Chaque traitement est donc représenté également par  $3 \times 2 = 6$  blocs ("effet bloc"). Ceci a pour but de pouvoir estimer la variance "intra-traitement" avec plus de précision.

Il faut noter que cette analyse de variance sera refaite après chaque saison de croissance afin de pouvoir déterminer quand exactement la fertilisation aura commencé à faire sentir ses effets, ou, en d'autres mots, à quel moment l'effet "traitement" sera devenu significatif. Mais pour que ce type d'analyse soit pleinement valable dans les années à venir, il fallait nous assurer qu'en 1968, c'est-à-dire avant la fertilisation il n'y avait ni effet "bloc", ni effet "traitement" significatif. Par effet "traitement" on entend ici (en 1968) le groupe formé par les deux parcelles auxquelles seront appliqués dans la suite les différents traitements. Le Tableau 1 montre qu'avant la fertilisation, comme il fallait s'y attendre, aucun effet n'était significatif dans les trois secteurs.

Après une saison de croissance, soit à l'automne 1969, les diamètres des arbres ont été remesurés dans chaque parcelle, et les résultats analysés (Tableau 2). Aucun traitement ne s'est avéré significatif, sauf

dans le "Parc des Laurentides", où l'effet "traitement" est significatif au seuil 0.05. Etant donné le peu de vraisemblance de ce résultat, n'oublions pas qu'il s'agit d'un peuplement à maturité où l'effet de la fertilisation est peu probable après quelques mois d'explication, nous avons poussé plus avant le traitement des données et appliqué l'analyse de covariance. En effet, il est bien connu en biologie, que certains effets "traitement" qui apparaissent comme significatifs à des seuils relativement élevés, peuvent être dus uniquement à des différences existant au départ dans le matériel étudié. Ces différences, relativement faibles puisque n'apparaissant pas dans l'analyse de variance de 1968, semblent significatives après une saison de croissance supplémentaire. On peut éviter cela par l'analyse de covariance, c'est-à-dire que l'on teste l'effet du traitement après un an (comme dans l'analyse de variance), mais en plus on tient compte des valeurs initiales des variables étudiées, en l'occurrence les diamètres des arbres avant le traitement. L'analyse de covariance appliquée aux trois secteurs a donné les résultats suivants:

"Grande-Vallée" :  $F = .638$  (non-significatif)

"Parc des Laurentides" :  $F = .706$  (non-significatif)

"Lac Madeleine" :  $F = .645$  (non-significatif)

Donc, une fois qu'on tient compte des diamètres initiaux, il est clair que nulle part la fertilisation n'a fait sentir son effet un an après son application.

Tableau 1.

Analyse de variance des diamètres en 1968, avant fertilisation:A.- Secteur de "Grande-Vallée"

Origine de la variation	somme des carrés	d. l.	F
Total	.012825	23	
Effet "bloc"	.002357	5	.0602 (N.S.) <sup>(1)</sup>
Effet "traitement"	.001703	3	.0097 (N.S.)
Résiduel	.008765	15	

B.- Secteur de "Parc des Laurentides"

Origine de la variation	somme des carrés	d. l.	F
Total	.146778	23	
Effet "bloc"	.040803	5	1.8780 (N.S.)
Effet "traitement"	.040788	3	3.1290 (N.S.)
Résiduel	.065187	15	

C.- Secteur du "Lac Madeleine"

Origine de la variation	somme des carrés	d. l.	F
Total	.019721	23	
Effet "bloc"	.006833	5	1.6520 (N.S.)
Effet "traitement"	.000481	3	.1930 (N.S.)
Résiduel	.012407	15	

(1) N.S.: non-significatif

Tableau 2.

Analyse de variance des diamètres en 1969 soit une saison de croissance après fertilisation.

A.- Secteur de "Grande-Vallée":

Origine de la variation	somme des carrés	d. l.	F
Total	1.004678	23	
Effet "bloc"	.004008	5	.8065 (N.S.) <sup>(1)</sup>
Effet "traitement"	.001935	3	.9709 (N.S.)
Résiduel	.998735	15	

B.- Secteur du "Parc des Laurentides":

Origine de la variation	somme des carrés	d. l.	F
Total	.201054	23	
Effet "bloc"	.052990	5	1.8770 (N.S.)
Effet "traitement"	.0633559	3	3.7400 *
Résiduel	.084705	15	

C.- Secteur du "Lac Madelaine"

Origine de la variation	somme des carrés	d. l.	F
Total	.013483	23	
Effet "bloc"	.005048	5	1.8250 (N.S.)
Effet "traitement"	.000135	3	.0810 (N.S.)
Résiduel	.008300	15	

(1)

N.S.: non-significatif

\* : significatif au seuil .05